



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – Constanța, 15.02.2015

Clasa a X-a

filiera tehnologică : profil tehnic, toate specializările

filiera tehnologică: profil servicii, specializarea resurse naturale și protecția mediului

Barem de corectare și notare:

SUBIECTUL 1

a) Condițiile de existență: $25 - x^2 > 0$; $x^2 - 3x + 2 > 0$; $x^2 - 3x + 2 \neq 1$ 1p

Din rezolvarea inecuațiilor obținem: $x \in (-5; 5)$; $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$; $x \neq \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 1p

$x \in (-5; 1) \cup (2; 5) \setminus \left\{ \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \right\} = \left(-5; \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \right) \cup \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}; 1 \right) \cup \left(2; \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \right) \cup \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}; 5 \right)$ 1p

b) $\log_{72} 48 = \frac{4 + \log_2 3}{3 + 2\log_2 3} = \frac{4 + x}{3 + 2x}$ și $\log_6 24 = \frac{3 + \log_2 3}{1 + \log_2 3} = \frac{3 + x}{1 + x}$, unde $x = \log_2 3$ 2p

Finalizare $ab + 3(a - b) + 1 = 0$ 2p

SUBIECTUL 2

a) $E = \frac{(\sqrt{2})^{4\sqrt{3}} \cdot (2 \cdot 3)^{3\sqrt{3}}}{(3^2)^{\sqrt{3}} \cdot (2^2)^{2\sqrt{3}}}$ 1p

$E = \frac{2^{2\sqrt{3}} \cdot 2^{3\sqrt{3}} \cdot 3^{3\sqrt{3}}}{3^{2\sqrt{3}} \cdot 2^{4\sqrt{3}}} = \frac{2^{5\sqrt{3}} \cdot 3^{3\sqrt{3}}}{3^{2\sqrt{3}} \cdot 2^{4\sqrt{3}}} = 2^{\sqrt{3}} \cdot 3^{\sqrt{3}} = 6^{\sqrt{3}}$ 2p

b) Presupunem că $n(n+1)$ este cub perfect, atunci $n(n+1) = k^3$ 1p

Cum $(n; n+1) = 1 \Rightarrow n = u^3$ și $n+1 = v^3$, $u, v \in \mathbb{N}^*$ 1p

Avem $1 = v^3 - u^3 = (v - u)(v^2 + uv + u^2) \Rightarrow v - u = 1 = u^2 + uv + v^2 \geq 3$, contradicție2p

SUBIECTUL 3

$1 - z_1 \cdot \overline{z_2} \neq 0 \Leftrightarrow z_1 \cdot \overline{z_2} \neq 1 \Leftrightarrow \overline{z_1} \cdot z_2 \neq 1 \Rightarrow \frac{1}{z_1} \cdot z_2 \neq 1 \Leftrightarrow z_1 \neq z_2$ 2p

Notăm $z = \frac{z_1 - z_2}{1 - z_1 \cdot \overline{z_2}}$ 1p

$\overline{z} = \frac{\overline{z_1 - z_2}}{1 - \overline{z_1} \cdot z_2} = \frac{\overline{z_1} - \overline{z_2}}{1 - \frac{1}{z_1} \cdot z_2} = \frac{1 - z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_1 - z_2} = \frac{1}{z}$ 3p

$\overline{z} \cdot z = 1 \Rightarrow |z|^2 = 1 \Rightarrow |z| = 1$ 1p

SUBIECTUL 4

a) $x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \in \mathbb{R}$; $x_1 = \frac{-1 - i\sqrt{3}}{2} = \varepsilon$; $x_1 = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} = \overline{\varepsilon}$ $S = \varepsilon + \overline{\varepsilon} = -1$; $P = \varepsilon \cdot \overline{\varepsilon} = 1$ 1p

Folosind relațiile lui Viète, după înlocuire obținem $E = P + 13 - 3S + \frac{4}{P} - 6 \cdot \frac{S}{P}$ 1p

Finalizare $E = 27$ 1p

b) $x_1^3 = x_2^3 = 1$ 1p

$F = P^2 + S^2 - P - S - x_1^3 - x_2^3 + 1$ 2p

Finalizare $F = 1$ 1p